

Контролно по ММФ I  
Специалности Инженерна Физика и ЯТЯЕ

30.01.2025

**Част I - векторно и тензорно смятане**

Задача 1 (3 т.):

а) Запишете в инвариантна форма:

$$I_{1a} = \epsilon_{inl}\epsilon_{irs}\epsilon_{lmp}\epsilon_{stp}A_nA_rB_mC_t,$$

б) Пресметнете израза:

$$I_{1b} = \frac{\vec{B} \cdot [(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C}]}{|\vec{C}| |(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C})|}$$

в координатна система, в която  $\vec{A} = (1, 1, 1)$ ,  $\vec{B} = (1, 0, 2)$  и  $\vec{C} = (-2, 0, -2)$ .

Задача 2 (5 т.):

Ако  $r := |\vec{r}|$ ,  $\vec{A} = \text{const}$ ,  $\vec{B} = \text{const}$ , пресметнете:

$$\text{а) } I_{2a} = \Delta \left[ \vec{r} \cdot \text{grad} \left( (\vec{A} \cdot \vec{r})(\vec{B} \cdot \vec{r}) \right) \right] \quad \text{б) } I_{2b} = \nabla \times \left[ \vec{r} e^{\left( \frac{\vec{A} \cdot \vec{r}}{r} \right)^2} \right]$$

Задача 3 (7 т.):

Ако  $\vec{A} = \text{const}$ , пресметнете:

$$\text{а) } I_{3a} = \oiint_S \left[ \vec{r} + \vec{r} \times \frac{\nabla \sin(\vec{A} \cdot \vec{r})}{\cos(\vec{A} \cdot \vec{r})} \right] \times d\vec{S},$$

където  $S$  е сферична на повърхнина с радиус  $R$  и център в началото на отправната система.

$$\text{б) } I_{3b} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \Delta \left( \frac{\vec{r}}{r^n} \right) \cdot d\vec{r},$$

където  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$  са произволни две точки в пространството и  $n \neq 0$ .

## Част II - комплексен анализ

### Задача 4:

а) Намерете аналитична функция  $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$  такава, че:

$$U(x, y) = x^3 - 3xy^2, \quad V(0, 0) = 0.$$

Изразете я изцяло чрез комплексната променлива  $z = x + iy$  (5 т.).

б) Намерете решение на уравнението  $\sin z = 3$ . (3 т.)

### Задача 5 (5 т.):

Да се развие в ред на Лоран функцията :

а)  $f(z) = \frac{2z-3}{z^2-3z+2}$  в околност на една от особените ѝ точки (по избор).

б)  $f(z) = \frac{e^z}{z(z^2+1)}$  в околност на  $z = 0$ .

### Задача 6:

Пресметнете интеграла:

$$a) \quad I_{7a} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(x)}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx \quad (7 \text{ т.})$$

$$b) \quad I_{7b} = \int_{|z|=1} z^2 \sin\left(\frac{1}{z}\right) dz \quad (5 \text{ т.})$$